



Objectifs : Déterminer la taille de l'image d'un objet graphiquement • Appliquer la relation de conjugaison pour retrouver la taille d'une image

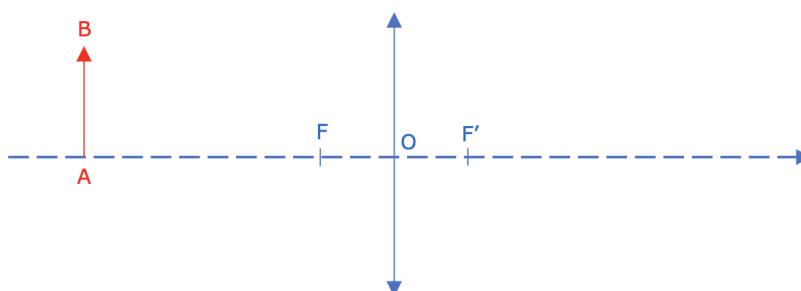


Schéma à reproduire de la formation d'une image par une lentille mince

Questions

A. Retrouver la taille de $A'B'$ graphiquement (2^{nde})

1. Reproduire le schéma ci-dessus en respectant les longueurs et l'échelle proposées ci-dessous :

$$\overline{OA} = -40 \text{ cm} \quad \overline{OF'} = 10 \text{ cm} \quad \overline{AB} = 10 \text{ cm}$$

Échelle 1/5

2. Tracer l'image $\overline{A'B'}$ de l'objet $\overline{AB}$ à travers la lentille.

3. En déduire la taille réelle de l'image $\overline{A'B'}$.

B. Retrouver la taille de $A'B'$ par calcul (1^{ère})

4. En combinant la relation du grandissement et la relation de conjugaison, **calculer** la taille de l'image $\overline{A'B'}$ à l'aide des données de la partie 1.

5. **Comparer** la valeur trouvée par calcul à celle trouvée graphiquement.

C. Démonstration de la relation de conjugaison (Pour aller plus loin)

6. Créer un point B'' à l'intersection entre le faisceau incident, perpendiculaire à la lentille, issu du point B , et la lentille.

7. **Établir** une relation mathématique entre $\overline{OA'}$, $\overline{F'A'}$ et $\overline{OF'}$.

8. Dans les triangles $F'OB''$ et $F'A'B'$, **appliquer** le théorème de Thalès pour montrer que $\frac{\overline{F'A'}}{\overline{OF'}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{BA}}$.

9. **Combiner** l'expression trouvée en Q7 et l'expression trouvée en Q8 pour faire disparaître la distance $\overline{F'A'}$.

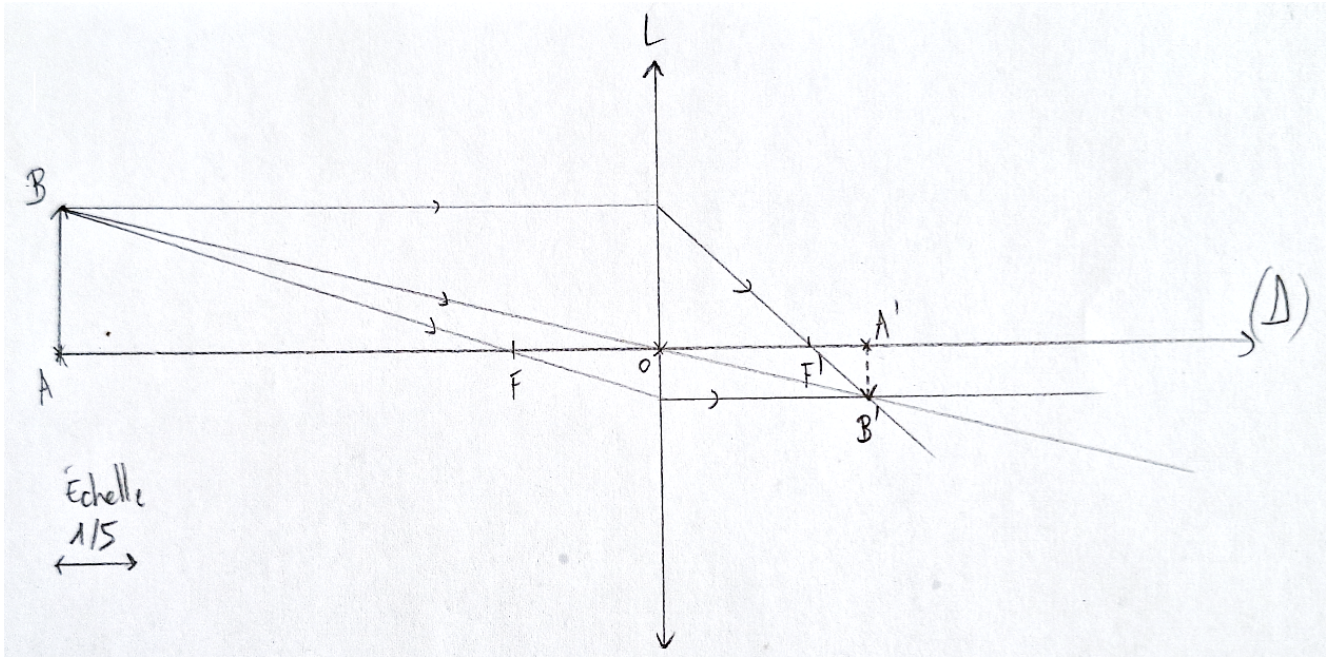
10. À l'aide de la relation de grandissement, **faire disparaître** le rapport $\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$ dans l'équation obtenue en Q9.

11. **Retrouver** la relation de conjugaison en divisant l'équation par les bonnes distances algébriques.

CORRECTION

A.

1. Modélisation ci-dessous
2. Tracé de l'image ci-dessous



3. Sur le schéma, $\overline{A'B'} = -0,7 \text{ cm}$

En réalité, en passant par l'échelle, on trouve $\overline{A'B'} = -0,7 \times 5 = -3,5 \text{ cm}$

B.

4. On sait que

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

et que

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}}$$

En retravaillant l'expression du grandissement on trouve :

$$\overline{A'B'} = \frac{\overline{AB} \times \overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

En retravaillant l'expression de la relation de conjugaison on trouve :

$$\overline{OA'} = \frac{f' \times \overline{OA}}{f' + \overline{OA}}$$

En combinant les deux expressions (remplacement de $\overline{OA'}$ dans l'expression du grandissement) on finit par trouver l'expression de $\overline{A'B'}$

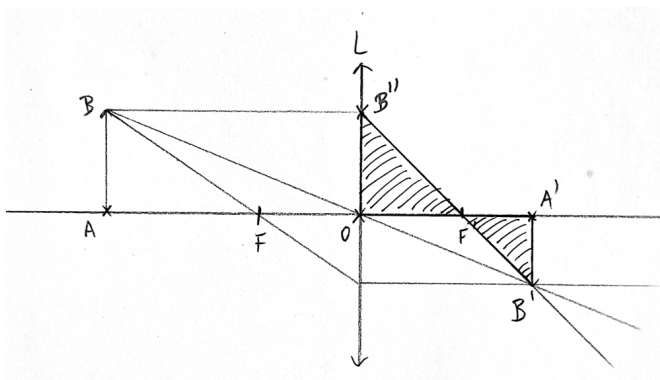
$$\overline{A'B'} = \frac{\overline{AB} \times \frac{f' \times \overline{OA}}{f' + \overline{OA}}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{AB} \times f'}{f' + \overline{OA}}$$

A.N : $\overline{A'B'} = \frac{10 \times 10}{10 + (-40)} = 3,3 \text{ cm}$

5. La valeur trouvée est proche de celle trouvée sur le schéma, mais bien plus exacte. En traçant, on fait une approximation non négligeable.

C.

6. Tracé du point B'' et mise en valeur des triangles $F'OB''$ et $F'A'B'$:



7. $\overline{OA'} = \overline{OF'} + \overline{F'A'}$

8. Grâce au théorème de Thalès on peut écrire :

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{B''O}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{OF'}} = \frac{\overline{F'B'}}{\overline{B''F'}}$$

Le rapport $\frac{\overline{F'B'}}{\overline{B''F'}}$ ne nous intéresse pas pour la suite. De plus, la distance algébrique $\overline{B''O}$ est identique à la distance algébrique $\overline{BA}$. On peut donc écrire :

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{BA}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{OF'}}$$

9. Grâce à la Q7, on a $\overline{F'A'} = \overline{OA'} - \overline{OF'}$

Ainsi, l'expression de la Q8 devient :

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{BA}} = \frac{\overline{OA'} - \overline{OF'}}{\overline{OF'}}$$

10. D'après la relation de grandissement $\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$.

Ainsi, l'expression de la Q9 peut s'écrire :

$$\frac{\overline{OA'}}{\overline{AO}} = \frac{\overline{OA'} - \overline{OF'}}{\overline{OF'}}$$

La distance $\overline{AO} = -\overline{OA}$. Ainsi :

$$-\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{OA'} - \overline{OF'}}{\overline{OF'}}$$

11. En développant le membre de droite :

$$\begin{aligned} -\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} &= \frac{\overline{OA'}}{\overline{OF'}} - \frac{\overline{OF'}}{\overline{OF'}} \\ \Leftrightarrow -\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} &= \frac{\overline{OA'}}{\overline{OF'}} - 1 \end{aligned}$$

En divisant tout par $\overline{OA'}$ on obtient :

$$\begin{aligned} -\frac{1}{\overline{OA}} &= \frac{1}{\overline{OF'}} - \frac{1}{\overline{OA'}} \\ \Leftrightarrow \frac{1}{\overline{OF'}} &= \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} \end{aligned}$$

On retrouve bien la relation de conjugaison.