

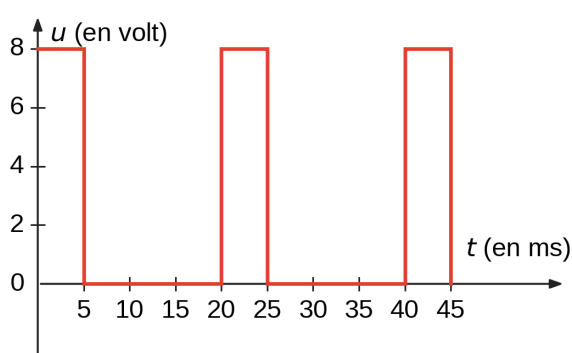
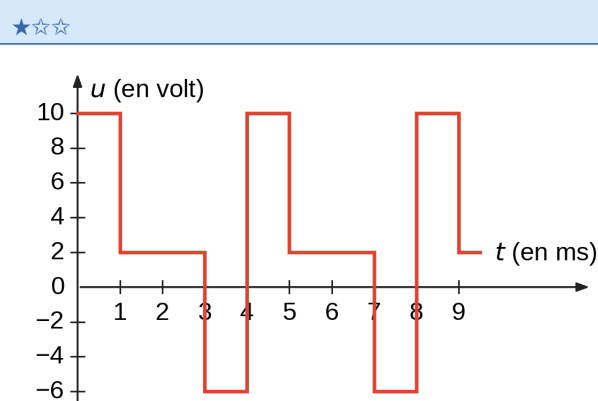
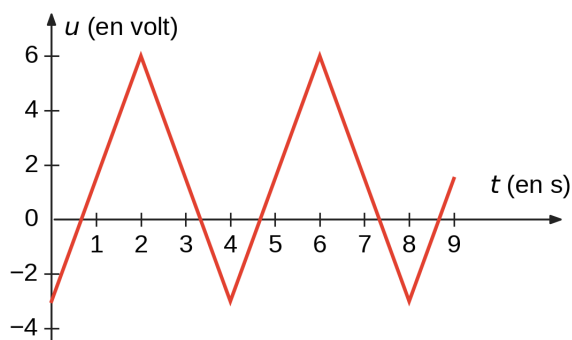
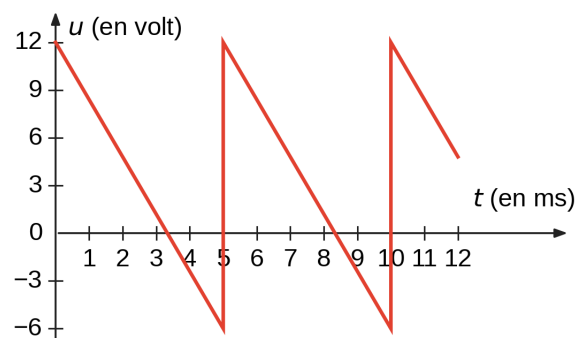
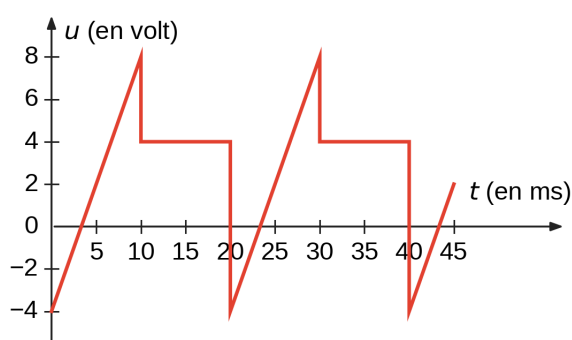
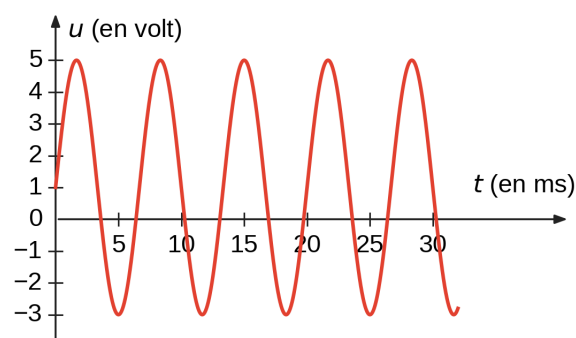


Pour les représentations temporelles ci-dessous, déterminer la période T (en s), en déduire la fréquence f . Calculer la tension moyenne U_{moy} , puis la tension efficace U_{eff} .

Méthode générale : Période T : durée du plus petit motif qui se répète identique à lui-même. On la convertit en secondes, puis $f = \frac{1}{T}$ (T en s, f en Hz).

Tension moyenne : $U_{\text{moy}} = \frac{A_1 + A_2 + \dots + A_n}{T}$. Une aire située sous l'axe des temps (tension négative) est comptée négativement. Les aires s'expriment en $\text{V} \cdot \text{s}$.

Tension efficace : on calcule la moyenne du carré de la tension sur une période, $(u^2)_{\text{moy}}$, par la même méthode des aires appliquée à u^2 , puis $U_{\text{eff}} = \sqrt{(u^2)_{\text{moy}}}$.

Exercice 1 – Tension en créneaux (8 V / 0 V) ★☆☆**Exercice 2 – Tension en créneaux à trois niveaux ★☆☆****Exercice 3 – Tension triangulaire ★☆☆****Exercice 4 – Tension en dent de scie ★☆☆****Exercice 5 – Rampe suivie d'un palier ★☆☆****Exercice 6 – Tension sinusoïdale décalée ★☆☆**

Exercice 1 – Tension en créneaux (8 V / 0 V)

Lecture du graphe : $u = 8 \text{ V}$ de 0 à 5 ms; $u = 0 \text{ V}$ de 5 ms à 20 ms; le motif recommence à $t = 20 \text{ ms}$.

1. Période et fréquence

Le créneau commence à $t = 0$ et le suivant à $t = 20 \text{ ms}$, donc :

$$T = 20 \text{ ms} = 20 \times 10^{-3} \text{ s} = 0,020 \text{ s}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,020} = 50 \text{ Hz}$$

2. Tension moyenne

Sur une période, on a deux rectangles :

de 0 à 5 ms : $A_1 = 8 \times 5 \times 10^{-3} = 0,040 \text{ V} \cdot \text{s}$

de 5 à 20 ms : $A_2 = 0 \times 15 \times 10^{-3} = 0 \text{ V} \cdot \text{s}$

$$U_{\text{moy}} = \frac{A_1 + A_2}{T} = \frac{0,040 + 0}{0,020} = 2 \text{ V}$$

3. Tension efficace

On élève la tension au carré sur chaque intervalle :

de 0 à 5 ms : $u^2 = 8^2 = 64 \text{ V}^2$, d'où une aire $64 \times 5 \times 10^{-3} = 0,32 \text{ V}^2 \cdot \text{s}$

de 5 à 20 ms : $u^2 = 0 \text{ V}^2$, d'où une aire nulle.

$$(u^2)_{\text{moy}} = \frac{0,32 + 0}{0,020} = 16 \text{ V}^2 \Rightarrow U_{\text{eff}} = \sqrt{16} = 4 \text{ V}$$

Exercice 2 – Tension en créneaux à trois niveaux

Lecture du graphe : $u = 10 \text{ V}$ de 0 à 1 ms; $u = 2 \text{ V}$ de 1 ms à 3 ms; $u = -6 \text{ V}$ de 3 ms à 4 ms; le motif recommence à $t = 4 \text{ ms}$.

1. Période et fréquence

Le palier à 10 V commence à $t = 0$ et le suivant à $t = 4 \text{ ms}$:

$$T = 4 \text{ ms} = 4 \times 10^{-3} \text{ s}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{4 \times 10^{-3}} = 250 \text{ Hz}$$

2. Tension moyenne

$$A_1 = 10 \times 1 \times 10^{-3} = 0,010 \text{ V} \cdot \text{s}$$

$$A_2 = 2 \times 2 \times 10^{-3} = 0,004 \text{ V} \cdot \text{s}$$

$$A_3 = (-6) \times 1 \times 10^{-3} = -0,006 \text{ V} \cdot \text{s} \quad (\text{aire sous l'axe, comptée négativement})$$

$$U_{\text{moy}} = \frac{0,010 + 0,004 - 0,006}{4 \times 10^{-3}} = \frac{0,008}{0,004} = 2 \text{ V}$$

3. Tension efficace

Une fois élevées au carré, toutes les valeurs deviennent positives :

de 0 à 1 ms : $u^2 = 10^2 = 100 \text{ V}^2$, aire $100 \times 1 \times 10^{-3} = 0,100 \text{ V}^2 \cdot \text{s}$

de 1 à 3 ms : $u^2 = 2^2 = 4 \text{ V}^2$, aire $4 \times 2 \times 10^{-3} = 0,008 \text{ V}^2 \cdot \text{s}$

de 3 à 4 ms : $u^2 = (-6)^2 = 36 \text{ V}^2$, aire $36 \times 1 \times 10^{-3} = 0,036 \text{ V}^2 \cdot \text{s}$

$$(u^2)_{\text{moy}} = \frac{0,100 + 0,008 + 0,036}{0,004} = \frac{0,144}{0,004} = 36 \text{ V}^2 \Rightarrow U_{\text{eff}} = \sqrt{36} = 6 \text{ V}$$

Exercice 3 – Tension triangulaire

Lecture du graphe : u monte linéairement de -3 V à 6 V entre 0 et 2 s ; u redescend linéairement de 6 V à -3 V entre 2 s et 4 s ; le motif recommence à $t = 4\text{ s}$.

1. Période et fréquence

Deux minima successifs ($u = -3\text{ V}$) sont atteints à $t = 0$ et $t = 4\text{ s}$:

$$T = 4\text{ s}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{4} = 0,25\text{ Hz}$$

2. Tension moyenne

Sur la montée, la tension augmente de 9 V en 2 s , soit $4,5\text{ V}$ par seconde. Partant de -3 V , elle s'annule au bout de $\frac{3}{4,5} = \frac{2}{3}\text{ s} \approx 0,67\text{ s}$. La montée donne donc deux triangles :

$$\text{sous l'axe : } A_1 = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times (-3) = -1\text{ V} \cdot \text{s}$$

$$\text{au-dessus de l'axe : } A_2 = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times 6 = 4\text{ V} \cdot \text{s}$$

La descente est symétrique de la montée : elle donne $A_3 = 4\text{ V} \cdot \text{s}$ et $A_4 = -1\text{ V} \cdot \text{s}$.

$$U_{\text{moy}} = \frac{-1 + 4 + 4 - 1}{4} = \frac{6}{4} = 1,5\text{ V}$$

Vérification : sur chaque rampe, la tension varie linéairement de -3 V à 6 V , donc sa moyenne vaut $\frac{-3 + 6}{2} = 1,5\text{ V}$.

3. Tension efficace

Ici u^2 n'est pas linéaire : on ne peut pas faire la moyenne de $(-3)^2$ et de 6^2 . On utilise le résultat admis pour une variation linéaire de $a = -3\text{ V}$ à $b = 6\text{ V}$:

$$(u^2)_{\text{moy}} = \frac{a^2 + ab + b^2}{3} = \frac{(-3)^2 + (-3) \times 6 + 6^2}{3} = \frac{9 - 18 + 36}{3} = 9\text{ V}^2$$

La descente donne la même valeur, donc sur toute la période :

$$U_{\text{eff}} = \sqrt{9} = 3\text{ V}$$

Exercice 4 – Tension en dent de scie

Lecture du graphe : u descend linéairement de 12 V à -6 V entre 0 et 5 ms ; à $t = 5\text{ ms}$, la tension remonte brusquement à 12 V ; le motif recommence.

1. Période et fréquence

La tension remonte brusquement à 12 V à $t = 0, t = 5\text{ ms}, t = 10\text{ ms} \dots$:

$$T = 5\text{ ms} = 5 \times 10^{-3}\text{ s}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{5 \times 10^{-3}} = 200\text{ Hz}$$

2. Tension moyenne

La tension diminue de 18 V en 5 ms , soit $3,6\text{ V}$ par milliseconde. Partant de 12 V , elle s'annule au bout de $\frac{12}{3,6} = \frac{10}{3}\text{ ms} \approx 3,33\text{ ms}$.

$$\text{au-dessus de l'axe : } A_1 = \frac{1}{2} \times \frac{10}{3} \times 10^{-3} \times 12 = 0,020\text{ V} \cdot \text{s}$$

sous l'axe : $A_2 = \frac{1}{2} \times \frac{5}{3} \times 10^{-3} \times (-6) = -0,005 \text{ V} \cdot \text{s}$

$$U_{moy} = \frac{0,020 - 0,005}{0,005} = \frac{0,015}{0,005} = 3 \text{ V}$$

Vérification : variation linéaire de 12 V à -6 V, donc $U_{moy} = \frac{12 + (-6)}{2} = 3 \text{ V}$.

3. Tension efficace

Variation linéaire de $a = 12 \text{ V}$ à $b = -6 \text{ V}$ sur toute la période :

$$(u^2)_{moy} = \frac{12^2 + 12 \times (-6) + (-6)^2}{3} = \frac{144 - 72 + 36}{3} = \frac{108}{3} = 36 \text{ V}^2$$

$$U_{eff} = \sqrt{36} = 6 \text{ V}$$

Exercice 5 – Rampe suivie d'un palier

Lecture du graphe : u monte linéairement de -4 V à 8 V entre 0 et 10 ms ; $u = 4\text{ V}$ de 10 ms à 20 ms ; à $t = 20\text{ ms}$, la tension chute à -4 V et le motif recommence.

1. Période et fréquence

Le motif « rampe + palier » dure de $t = 0$ à $t = 20\text{ ms}$:

$$T = 20\text{ ms} = 0,020\text{ s}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,020} = 50\text{ Hz}$$

2. Tension moyenne

Sur la rampe, la tension augmente de 12 V en 10 ms , soit $1,2\text{ V}$ par milliseconde. Partant de -4 V , elle s'annule au bout de $\frac{4}{1,2} = \frac{10}{3}\text{ ms} \approx 3,33\text{ ms}$.

$$\text{rampe, sous l'axe : } A_1 = \frac{1}{2} \times \frac{10}{3} \times 10^{-3} \times (-4) \approx -0,0067\text{ V} \cdot \text{s}$$

$$\text{rampe, au-dessus de l'axe : } A_2 = \frac{1}{2} \times \frac{20}{3} \times 10^{-3} \times 8 \approx 0,0267\text{ V} \cdot \text{s}$$

$$\text{palier : } A_3 = 4 \times 10 \times 10^{-3} = 0,040\text{ V} \cdot \text{s}$$

Pour la rampe, $A_1 + A_2 = 0,020\text{ V} \cdot \text{s}$ exactement. Donc :

$$U_{\text{moy}} = \frac{0,020 + 0,040}{0,020} = \frac{0,060}{0,020} = 3\text{ V}$$

3. Tension efficace

rampe (variation linéaire de -4 V à 8 V) : $(u^2)_{\text{moy}} = \frac{(-4)^2 + (-4) \times 8 + 8^2}{3} = \frac{16 - 32 + 64}{3} = 16\text{ V}^2$, pendant 10 ms , d'où une aire $16 \times 0,010 = 0,16\text{ V}^2 \cdot \text{s}$

palier : $u^2 = 4^2 = 16\text{ V}^2$ pendant 10 ms , d'où une aire $16 \times 0,010 = 0,16\text{ V}^2 \cdot \text{s}$

$$(u^2)_{\text{moy}} = \frac{0,16 + 0,16}{0,020} = 16\text{ V}^2 \Rightarrow U_{\text{eff}} = \sqrt{16} = 4\text{ V}$$

Exercice 6 – Tension sinusoïdale décalée

Lecture du graphe : u oscille entre -3 V (minimum) et 5 V (maximum); à $t = 0$, $u = 1\text{ V}$ et la tension augmente; une période ne tombe pas sur une graduation.

1. Période et fréquence

On ne peut pas lire précisément une seule période : on en mesure **plusieurs**. À $t = 20\text{ ms}$, la courbe se retrouve exactement dans le même état qu'à $t = 0$ ($u = 1\text{ V}$ et croissante), après **3 oscillations complètes** (3 maxima). Donc :

$$3T = 20\text{ ms} \Rightarrow T = \frac{20}{3}\text{ ms} \approx 6,7\text{ ms} \approx 6,7 \times 10^{-3}\text{ s}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{3}{0,020} = 150\text{ Hz}$$

Attention : le minimum à $t = 5\text{ ms}$ et le maximum à $t = 15\text{ ms}$ tombent sur des graduations, mais $15 - 5 = 10\text{ ms}$ ne correspond pas à un nombre entier de périodes.

2. Tension moyenne

La sinusoïde oscille symétriquement autour de la valeur située à mi-chemin entre le maximum et le minimum :

$$U_0 = \frac{5 + (-3)}{2} = 1\text{ V}$$

Au-dessus et en dessous de la droite $u = 1 \text{ V}$, les aires se compensent exactement sur une période, donc :

$$U_{\text{moy}} = U_0 = 1 \text{ V}$$

3. Tension efficace

L'amplitude des oscillations autour de 1 V est :

$$U_m = \frac{5 - (-3)}{2} = 4 \text{ V}$$

On applique le résultat admis pour une sinusoïde décalée :

$$U_{\text{eff}} = \sqrt{U_0^2 + \frac{U_m^2}{2}} = \sqrt{1^2 + \frac{4^2}{2}} = \sqrt{1 + 8} = \sqrt{9} = 3 \text{ V}$$

Récapitulatif

Représentation	T	f	U_{moy}	U_{eff}
1 – Créneaux $8 \text{ V} / 0 \text{ V}$	$0,020 \text{ s}$	50 Hz	2 V	4 V
2 – Créneaux à 3 niveaux	$4 \times 10^{-3} \text{ s}$	250 Hz	2 V	6 V
3 – Triangulaire	4 s	$0,25 \text{ Hz}$	$1,5 \text{ V}$	3 V
4 – Dent de scie	$5 \times 10^{-3} \text{ s}$	200 Hz	3 V	6 V
5 – Rampe + palier	$0,020 \text{ s}$	50 Hz	3 V	4 V
6 – Sinusoïde décalée	$\approx 6,7 \times 10^{-3} \text{ s}$	150 Hz	1 V	3 V