Le mouvement d'un système est lié aux forces d'exerçant sur lui. En connaissant les forces appliquées sur un système en mouvement, on peut utiliser différents outils mathématiques pour en déduire toutes sortes d'informations : position, accélération, vitesse, temps de parcours, altitude maximale, etc… à tout instant.

A. Vecteurs déplacement, vitesse et accélération

1) Position d'un système

Lorsqu'on étudie le **déplacement** d'un système entre un point O (origine d'un repère orthonormé de base $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$) vers un point M de l'espace, le **vecteur** déplacement **noté** $\overrightarrow{OM}$(t) est défini par ses coordonnées :

$$\overrightarrow{OM}(t)\begin{pmatrix}x(t)\\y(t)\\z(t)\end{pmatrix}_{(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})}$$

Cette expression peut aussi s'écrire par la somme des composantes du vecteur déplacement $\overrightarrow{OM}$ selon les vecteurs unitaires du repère :

$$\overrightarrow{OM}(t) = x(t)\cdot\vec{\imath} + y(t)\cdot\vec{\jmath} + z(t)\cdot\vec{k}$$

Le vecteur déplacement $\overrightarrow{OM}$ a les caractéristiques suivantes :

- Direction : selon la droite (OM)
- Sens : de O vers M
- Norme : $\|\overrightarrow{OM}\| = \sqrt{x(t)^2 + y(t)^2 + z(t)^2}$

<u>Remarque :</u> En classe de terminale, et de façon générale pour faciliter nos études, nous pouvons nous arranger pour étudier des mouvements à 2 dimensions dans un plan (O,x,y). C'est ce que nous ferons dans la suite de ce cours.

2) Dérivée et notations

En physique, la variable d'étude est **le temps, t** (contrairement aux mathématiques qui utilisent x comme variable).

Lorsqu'une grandeur notée u varie entre un point A et un point B en fonction du temps, nous pouvons l'écrire $\frac{u_B-u_A}{t_B-t_A} = \frac{\Delta u_{A\to B}}{\Delta t_{A\to B}}$. C'est ce que nous avons fait en 1ère spé avec l'approximation du vecteur vitesse en un point M_i $\left(\vec{v_i} \approx \frac{\overrightarrow{(M_iM_{i+1})}}{t_{i+1}-t_i}\right)$.

Lorsque la différence entre les valeurs u_A et u_B devient très petite et que l'intervalle de temps Δt tend vers 0, alors on peut écrire : $\lim\limits_{\Delta t\to 0}\left(\frac{\Delta u}{\Delta t}\right) = \boldsymbol{\frac{du}{dt}}$

Cette notation $\frac{du}{dt}$ signifie « **dérivée de u par rapport au temps t** ». En mathématiques nous pourrions l'écrire u'=f'(t). On pourrait la traduire par « **variation infinitésimale (très très petite) de u par rapport à une variation infinitésimale de temps** ».

<u>Remarque :</u> La limite énoncée ci-dessus correspond en mathématiques à la limite du taux de variation lorsque h tend vers 0, fournissant un nombre dérivé : $f'(a) = \lim_{h \to 0} \left(\frac{f(a+h)-f(a)}{h} \right)$.

3) <u>Vitesse d'un système</u>

Le vecteur **vitesse instantanée** d'un système noté $\vec{v}(t)$, correspond à une variation infinitésimale du vecteur déplacement $\overrightarrow{OM}$ pendant une variation infinitésimale de temps. On peut l'écrire :

$$\vec{v}(t) = \frac{d\overrightarrow{OM}(t)}{dt}$$

La vitesse est donc une dérivée du déplacement par rapport au temps.

Ainsi on peut écrire ses coordonnées en fonction du temps :

$$\vec{v}(t) \begin{pmatrix} v_x(t) = \frac{dx(t)}{dt} \\ v_y(t) = \frac{dy(t)}{dt} \end{pmatrix}_{(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})}$$

Le vecteur vitesse instantanée a les caractéristiques suivantes :

- Direction : tangente à la trajectoire
- Sens : identique au déplacement
- Norme : $\|\vec{v}(t)\| = \sqrt{v_x(t)^2 + v_y(t)^2}$

4) <u>Accélération d'un système</u>

De la même façon que le vecteur vitesse instantanée correspond à une variation infinitésimale du vecteur déplacement, le **vecteur accélération** correspond à une variation infinitésimale du vecteur vitesse en fonction d'une variation de temps infinitésimale.

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \frac{d^2\overrightarrow{OM}(t)}{dt^2}$$

Le vecteur accélération est défini comme une variation de vitesse infinitésimale pendant une variation de temps infinitésimale. En mathématiques, cette écriture est appelée dérivée de la vitesse par rapport au temps.

$$\vec{a}(t) \begin{pmatrix} a_x(t) = \frac{dv_x(t)}{dt} \\ a_y(t) = \frac{dv_y(t)}{dt} \end{pmatrix}_{(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})}$$

Le vecteur accélération à les caractéristiques suivantes :

- Direction : comme le vecteur $\vec{v}$
- Sens : comme le vecteur $\vec{v}$
- Norme : $\|\vec{a}(t)\| = \sqrt{a_x(t)^2 + a_y(t)^2}$

B. Deuxième loi de Newton : Principe fondamental de la dynamique

1) Référentiel Galiléen

Un **référentiel Galiléen** est un référentiel dans lequel le principe d'inertie peut être appliqué. L'étude du mouvement d'un objet ne doit pas perturbée par le mouvement de ce référentiel.

Si l'on prend l'exemple du référentiel Terrestre, ce dernier est considéré comme Galiléen lorsque le mouvement n'excède pas quelques secondes pour éviter d'être perturbé par le mouvement rotation de la Terre.

2) Deuxième loi de Newton

La **deuxième loi de Newton** (aussi appelée principe fondamental de la dynamique) met en relation la **somme vectorielle des forces extérieures** appliquées à un système et son **vecteur accélération**.

La somme vectorielle des forces appliquées à un système de masse m équivaut à la valeur de la masse de ce système multipliée par le vecteur accélération de ce système

$$\Sigma_{\vec{F}_{ext}} = m \times \vec{a}$$

*Remarque : lorsque le système est immobile ou en mouvement rectiligne uniforme (accélération nulle), alors la somme vectorielle des forces s'exerçant sur lui est nulle. C'est le cas particulier du **principe d'inertie**, la 1ère loi de Newton.*

$$\Sigma_{\vec{F}} = \vec{0}$$

3) Centre de gravité

Pour simplifier les études de mouvement, on choisira de représenter les systèmes par un point (systèmes ponctuels) confondu avec le centre de gravité G (ou centre de masse M) du système.

TSI Attendus	Thème 2 : Mouvement et interactions **Chapitre 01 : Mouvement et deuxième loi de Newton**

Ce que je dois connaître – Notions

Grandeurs et valeurs

Position OM, en mètres, m
Vitesse v, en mètres par seconde, $m.s^{-1}$
Accélération a, en mètres par seconde carré, $m.s^{-2}$
(ou newtons par kilogramme, $N \cdot kg^{-1}$)

Définitions et notions

Vecteurs position, vitesse et accélération
Repère de Frenet
Accélération et vitesse tangentielle / normale
Mouvement rectiligne uniformément accéléré
Mouvement circulaire uniforme
Centre de masse d'un système
Référentiel galiléen
Deuxième loi de Newton

Formules et équations

$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$
$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$
$\Sigma_{\vec{F}} = m \times \vec{a}$

Ce que je dois savoir faire – Capacités

Capacités à maîtriser	Exercices et activités associées	Auto-évaluation
Définir le vecteur vitesse comme la dérivée du vecteur position par rapport au temps	*Activité : 1* *Exercice : 4*	
Définir le vecteur accélération comme la dérivée du vecteur vitesse par rapport au temps	*Activité : 1* *Exercice : 4, 5*	
Établir les coordonnées cartésiennes du vecteur accélération à partir des coordonnées du vecteur position	*Activité : 1* *Exercice : 2, 4, 5*	
Caractériser le vecteur accélération pour les mouvements suivants : rectiligne, rectiligne uniforme, rectiligne uniformément accéléré, circulaire, circulaire uniforme	*Activité : 2* *Exercice : 18, 26*	
Réaliser et/ou **exploiter** une vidéo ou une chronophotographie pour déterminer les coordonnées du vecteur position en fonction du temps et **en déduire** les coordonnées approchées ou les représentations des vecteurs vitesse et accélération	*Activité : 1* *Exercice : 8, 9, 10*	
Représenter, à l'aide d'un langage de programmation, des vecteurs accélération d'un point lors d'un mouvement	*Activité :* *Exercice : 24*	
Dériver une fonction	*Activité : 1, 2* *Exercice : 4, 5*	
Justifier qualitativement la position du centre de masse d'un système, cette position étant donnée	*Activité : 1* *Exercice : 11*	
Discuter qualitativement du caractère galiléen d'un référentiel donné pour le mouvement étudié	*Activité : 2* *Exercice :*	
Utiliser la 2ème Loi de Newton dans des situations variées pour en déduire : - le vecteur accélération, les forces appliquées étant connues - la somme des forces appliquées, le mouvement du système étant connu	*Activité : 2* *Exercice : 12, 13, 16, 20, 21*	

L'essentiel du cours

1 Les vecteurs position, vitesse et accélération

Dans un référentiel donné, associé à un repère cartésien $(O ; \vec{i}, \vec{j})$, pour un point M d'un système, **à toute date *t*** :

Dérivation par rapport au temps → Dérivation par rapport au temps

Vecteur position : $\overrightarrow{OM}$

$$\overrightarrow{OM} \begin{cases} x \text{ (m)} \\ y \text{ (m)} \end{cases}$$

Vecteur vitesse : $\vec{v} = \dfrac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = \dfrac{dx}{dt} \ (\text{m}\cdot\text{s}^{-1}) \\ v_y = \dfrac{dy}{dt} \ (\text{m}\cdot\text{s}^{-1}) \end{cases}$$

Vecteur accélération : $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = \dfrac{dv_x}{dt} = \dfrac{d^2x}{dt^2} \ (\text{m}\cdot\text{s}^{-2}) \\ a_y = \dfrac{dv_y}{dt} = \dfrac{d^2y}{dt^2} \ (\text{m}\cdot\text{s}^{-2}) \end{cases}$$

2 Des exemples de mouvements

Dans un référentiel donné, les vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{a}$ permettent de caractériser le mouvement d'un système.

Mouvement rectiligne

uniforme

Vecteur vitesse

- **Direction** : droite support de la trajectoire
- **Sens** : celui du mouvement
- **Valeur** : v $(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$ constante

Vecteur accélération

$\vec{a} = \vec{0}$

uniformément varié

Vecteur vitesse

- **Direction** : droite support de la trajectoire
- **Sens** : celui du mouvement
- **Valeur** : v $(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$ variable au cours du temps

Vecteur accélération

- **Direction** : droite support de la trajectoire
- **Sens** :
  – celui de $\vec{v}$ (mouvement accéléré)
  – opposé à $\vec{v}$ (mouvement ralenti)
- **Valeur** : a $(\text{m}\cdot\text{s}^{-2})$ constante

Mouvement circulaire

uniforme

Vecteur vitesse

- **Direction** : tangente à la trajectoire
- **Sens** : celui du mouvement
- **Valeur** : **constante** v $(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$

Vecteur accélération

- **Direction** : variable et perpendiculaire à la trajectoire
- **Sens** : vers le centre de la trajectoire
- **Valeur** : **constante**

$$a = \frac{v^2}{R} \quad \left((\text{m}\cdot\text{s}^{-2}) \leftarrow (\text{m}\cdot\text{s}^{-1})^2 \ ; \ (\text{m})\right)$$

varié

Vecteur vitesse

- **Direction** : tangente à la trajectoire
- **Sens** : celui du mouvement
- **Valeur** : **variable** v $(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$

Vecteur accélération

- **Direction** : variable et non perpendiculaire à la trajectoire
- **Sens** : vers l'intérieur de la trajectoire
- **Valeur** : **variable**

$$a \neq \frac{v^2}{R} \text{ car } a_t \neq 0$$

3 La deuxième loi de Newton

Cette loi n'est valable que dans les **référentiels galiléens**, référentiels dans lesquels s'applique le principe d'inertie.

Deuxième loi de Newton

$$\Sigma\vec{F} = m\vec{a}_G$$

G est le centre de masse du système, seul point de ce système où s'applique toujours le principe d'inertie :

$$\Sigma\vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{v}_G = \overrightarrow{cte}$$