Écriture scientifique et puissances de 10 — MÉTHODE 2

Objectifs : Puissances de 10 • Écriture scientifique • Ordres de grandeur • Rigueur

A. La méthode

Puissances de 10

Pour un entier n positif, $10^n = 10 \times 10 \times \cdots \times 10$ (n facteurs) : $10^3 = 1000$. Par convention $10^0 = 1$, et $10^{-n} = \dfrac{1}{10^n}$: $10^{-3} = \dfrac{1}{1000} = 0{,}001$.

Règles de calcul sur les puissances de 10

$$10^a \times 10^b = 10^{a+b} \qquad \frac{10^a}{10^b} = 10^{a-b} \qquad (10^a)^b = 10^{a\times b}$$

Écriture scientifique

Un nombre est en **écriture scientifique** lorsqu'il s'écrit

$$a \times 10^n \quad \text{avec} \quad 1 \leqslant a < 10 \quad \text{et} \quad n \text{ entier relatif.}$$

Le nombre a (la mantisse) a donc **un seul chiffre non nul avant la virgule**. Tous les chiffres de a sont significatifs, la puissance de 10 ne compte pas.

Passer de l'écriture décimale à l'écriture scientifique

On déplace la virgule jusqu'à obtenir un seul chiffre non nul avant la virgule, puis on compte le nombre de rangs déplacés :

- virgule déplacée vers la **gauche** (grand nombre) : l'exposant est **positif** ;
- virgule déplacée vers la **droite** (petit nombre) : l'exposant est **négatif**.

Pour revenir à l'écriture décimale, on fait l'opération inverse.

Exemple 1 : grand nombre : $45\,000 = 4{,}5 \times 10^4$ *: la virgule est déplacée de 4 rangs vers la gauche, l'exposant est* $+4$.

Exemple 2 : petit nombre : $0{,}000\,32 = 3{,}2 \times 10^{-4}$ *: la virgule est déplacée de 4 rangs vers la droite, l'exposant est* -4.

Exemple 3 : mantisse à corriger : 25×10^3 *n'est pas en écriture scientifique (*$25 \geqslant 10$*). On écrit* $25 = 2{,}5 \times 10^1$*, donc* $25 \times 10^3 = 2{,}5 \times 10^1 \times 10^3 = 2{,}5 \times 10^4$.

Exemple 4 : produits, quotients : *On multiplie (ou on divise) les mantisses, et on additionne (ou on soustrait) les exposants :*

$$\left(3{,}0 \times 10^{8}\right) \times \left(2{,}0 \times 10^{-3}\right) = (3{,}0 \times 2{,}0) \times 10^{8-3} = 6{,}0 \times 10^{5}$$
$$\frac{6{,}0 \times 10^{5}}{2{,}0 \times 10^{-2}} = \frac{6{,}0}{2{,}0} \times 10^{5-(-2)} = 3{,}0 \times 10^{7}$$

Si la mantisse obtenue est supérieure ou égale à 10, on la corrige : $\left(4{,}0 \times 10^{3}\right) \times \left(5{,}0 \times 10^{2}\right) = 20 \times 10^{5} = 2{,}0 \times 10^{6}$.

Exemple 5 : sommes, différences : *On ne peut additionner que des termes écrits avec la* même *puissance de 10 :*

$$3{,}0 \times 10^{3} + 2{,}0 \times 10^{2} = 3{,}0 \times 10^{3} + 0{,}20 \times 10^{3} = 3{,}2 \times 10^{3}$$

Exemple 6 : ordre de grandeur : *L'ordre de grandeur d'un nombre est la puissance de 10 la plus proche. Pour* $a \times 10^{n}$ *: si* $a < 5$*, c'est* 10^{n} *; si* $a \geqslant 5$*, c'est* 10^{n+1}*. Ainsi* $4{,}2 \times 10^{-4}\ \text{m}$ *a pour ordre de grandeur* $10^{-4}\ \text{m}$*, et* $7{,}5 \times 10^{8}\ \text{m}$ *a pour ordre de grandeur* $10^{9}\ \text{m}$.

À la calculatrice : *Pour saisir* $6{,}02 \times 10^{23}$*, on utilise la touche* `EE` *(ou* `EXP`*, ou* $\times 10^{x}$*) : on tape* $6{,}02$*,* `EE`*,* 23*. On ne tape* pas « $\times 10$ » *avant. Un affichage* `6.02E23` *se lit* $6{,}02 \times 10^{23}$.

Consignes : *Dans les exercices de calcul sur les puissances de 10, on ne se préoccupe pas du nombre de chiffres significatifs (voir la méthode 5). Pour les préfixes et les changements d'unité, voir la méthode 3. Les exercices sont classés par thème, puis par difficulté croissante (étoiles). La réponse est écrite à l'envers en bas de chaque exercice.*

B. Passer d'une écriture à l'autre

Exercice 1 – De l'écriture décimale à l'écriture scientifique ★☆☆

Écrire chaque nombre en écriture scientifique.

a) $4\,500$ **b)** $0{,}0032$ **c)** $72\,000\,000$

d) $0{,}000\,000\,58$ **e)** $123{,}4$ **f)** $0{,}5$

Réponse : a) $4{,}5 \times 10^{3}$; b) $3{,}2 \times 10^{-3}$; c) $7{,}2 \times 10^{7}$; d) $5{,}8 \times 10^{-7}$; e) $1{,}234 \times 10^{2}$; f) 5×10^{-1}

Exercice 2 – De l'écriture scientifique à l'écriture décimale ★☆☆

Écrire chaque nombre en écriture décimale.

a) $3{,}6 \times 10^{2}$ **b)** $2{,}5 \times 10^{-3}$ **c)** $8{,}1 \times 10^{4}$

d) 7×10^{-5} **e)** $1{,}02 \times 10^{1}$ **f)** $5{,}0 \times 10^{-1}$

Réponse : a) 360 ; b) 0,0025 ; c) 81 000 ; d) 0,000 007 ; e) 10,2 ; f) 0,50

Exercice 3 – Corriger la mantisse ★★☆

Écrire chaque nombre en écriture scientifique.

a) 25×10^{3} **b)** $0{,}06 \times 10^{5}$ **c)** 340×10^{-5}

d) $0{,}0075 \times 10^{-2}$ **e)** 12×10^{6} **f)** $0{,}8 \times 10^{-3}$

Réponse : a) $2{,}5 \times 10^{4}$; b) 6×10^{3} ; c) $3{,}4 \times 10^{-3}$; d) $7{,}5 \times 10^{-5}$; e) $1{,}2 \times 10^{7}$; f) 8×10^{-4}

C. Calculer avec les puissances de 10

Exercice 4 – Règles sur les puissances de 10 ★★☆

Écrire chaque résultat sous la forme d'une seule puissance de 10.

a) $10^3 \times 10^5$ **b)** $\dfrac{10^7}{10^2}$ **c)** $10^{-3} \times 10^6$

d) $\dfrac{10^4}{10^{-2}}$ **e)** $\left(10^2\right)^3$ **f)** $10^{-5} \times 10^{-2}$

Réponse : a) 10^8 ; b) 10^5 ; c) 10^3 ; d) 10^6 ; e) 10^6 ; f) 10^{-7}

Exercice 5 – Produits et quotients ★★☆

Effectuer chaque calcul et donner le résultat en écriture scientifique.

a) $\left(3{,}0 \times 10^8\right) \times \left(2{,}0 \times 10^{-3}\right)$ **b)** $\left(4{,}0 \times 10^3\right) \times \left(5{,}0 \times 10^2\right)$

c) $\dfrac{6{,}0 \times 10^5}{2{,}0 \times 10^{-2}}$ **d)** $\dfrac{9{,}0 \times 10^{-4}}{3{,}0 \times 10^{-7}}$

e) $\left(1{,}5 \times 10^{-3}\right) \times \left(4{,}0 \times 10^{-4}\right)$ **f)** $\dfrac{8{,}0 \times 10^6}{5{,}0 \times 10^2}$

Réponse : a) $6{,}0 \times 10^5$; b) $2{,}0 \times 10^6$; c) $3{,}0 \times 10^7$; d) $3{,}0 \times 10^3$; e) $6{,}0 \times 10^{-7}$; f) $1{,}6 \times 10^4$

Exercice 6 – Sommes et différences ★★★

Effectuer chaque calcul et donner le résultat en écriture scientifique.

a) $3{,}0 \times 10^3 + 2{,}0 \times 10^2$ **b)** $5{,}0 \times 10^{-3} - 2{,}0 \times 10^{-4}$

c) $1{,}2 \times 10^6 + 8{,}0 \times 10^5$ **d)** $7{,}5 \times 10^{-6} + 2{,}5 \times 10^{-7}$

e) $9{,}9 \times 10^4 + 2{,}0 \times 10^3$ **f)** $4{,}0 \times 10^{-2} - 3{,}5 \times 10^{-2}$

Réponse : a) $3{,}2 \times 10^3$; b) $4{,}8 \times 10^{-3}$; c) $2{,}0 \times 10^6$; d) $7{,}75 \times 10^{-6}$; e) $1{,}01 \times 10^5$; f) $5{,}0 \times 10^{-3}$

D. Conversions et calculs en physique-chimie

Exercice 7 – Convertir en unité du Système international ★★☆

Exprimer chaque grandeur en unité du Système international, en écriture scientifique.

a) $25\,\text{km}$ **b)** $350\,\text{nm}$ **c)** $0{,}45\,\text{mm}$

d) $12\,\mu\text{s}$ **e)** $3{,}2\,\text{GHz}$ **f)** $450\,\text{mL}$ (en m^3)

Réponse : a) $2{,}5 \times 10^4\,\text{m}$; b) $3{,}5 \times 10^{-7}\,\text{m}$; c) $4{,}5 \times 10^{-4}\,\text{m}$; d) $1{,}2 \times 10^{-5}\,\text{s}$; e) $3{,}2 \times 10^9\,\text{Hz}$; f) $4{,}5 \times 10^{-4}\,\text{m}^3$

Exercice 8 – Ordres de grandeur ★★★

Donner l'ordre de grandeur de chaque grandeur.

a) $4{,}2 \times 10^{-4}\,\text{m}$ **b)** $7{,}5 \times 10^8\,\text{m}$ **c)** $3{,}0 \times 10^{-7}\,\text{m}$

d) $5{,}0 \times 10^{-6}\,\text{m}$ **e)** $1{,}5 \times 10^{11}\,\text{m}$ **f)** $9{,}1 \times 10^{-31}\,\text{kg}$

Réponse : a) $10^{-4}\,\text{m}$; b) $10^9\,\text{m}$; c) $10^{-7}\,\text{m}$; d) $10^{-5}\,\text{m}$; e) $10^{11}\,\text{m}$; f) $10^{-30}\,\text{kg}$

Exercice 9 – Calculs de physique et de chimie ★★☆

Calculer chaque grandeur et donner le résultat en écriture scientifique (2 ou 3 chiffres significatifs, comme dans les données).

a) $d = c \times \Delta t$ avec $c = 3{,}00 \times 10^{8}\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$ et $\Delta t = 1{,}28\,\mathrm{s}$.

b) $\Delta t = \dfrac{d}{c}$ avec $d = 1{,}50 \times 10^{11}\,\mathrm{m}$ (distance Terre-Soleil) et $c = 3{,}00 \times 10^{8}\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$.

c) $N = n \times N_A$ avec $n = 2{,}0 \times 10^{-3}\,\mathrm{mol}$ et $N_A = 6{,}02 \times 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}$.

d) $E = h \times \nu$ avec $h = 6{,}63 \times 10^{-34}\,\mathrm{J{\cdot}s}$ et $\nu = 5{,}0 \times 10^{14}\,\mathrm{Hz}$.

e) $\lambda = \dfrac{c}{\nu}$ avec $c = 3{,}00 \times 10^{8}\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$ et $\nu = 6{,}0 \times 10^{14}\,\mathrm{Hz}$.

f) $n = \dfrac{N}{N_A}$ avec $N = 1{,}2 \times 10^{24}$ entités et $N_A = 6{,}02 \times 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}$.

Réponse : a) $3{,}84 \times 10^{8}\ \mathrm{m}$; b) $5{,}00 \times 10^{2}\ \mathrm{s}$ (environ 8 min 20 s) ; c) $1{,}2 \times 10^{21}$ entités ; d) $3{,}3 \times 10^{-19}\ \mathrm{J}$; e) $5{,}0 \times 10^{-7}\ \mathrm{m}$; f) $2{,}0\ \mathrm{mol}$

Exercice 10 – Applications ★★★

Calculer chaque grandeur et donner le résultat en écriture scientifique.

a) Masse d'un atome de carbone : $m = \dfrac{M}{N_A}$ avec $M = 12{,}0 \times 10^{-3}\,\mathrm{kg{\cdot}mol^{-1}}$ et $N_A = 6{,}02 \times 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}$.

b) Nombre d'atomes dans $1{,}0\,\mathrm{g}$ de cuivre : $N = \dfrac{m}{M} \times N_A$ avec $M = 63{,}5\,\mathrm{g{\cdot}mol^{-1}}$ et $N_A = 6{,}02 \times 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}$.

c) Distance Terre-Lune mesurée par un laser dont l'aller-retour dure $\Delta t = 2{,}56\,\mathrm{s}$: $d = \dfrac{c \times \Delta t}{2}$ avec $c = 3{,}00 \times 10^{8}\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$.

d) Une année-lumière est la distance parcourue par la lumière en un an : $d = c \times \Delta t$ avec $c = 3{,}00 \times 10^{8}\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$ et $\Delta t = 3{,}15 \times 10^{7}\,\mathrm{s}$.

e) Rapport des tailles : diamètre d'un atome $1{,}0 \times 10^{-10}\,\mathrm{m}$ et diamètre d'un noyau $1 \times 10^{-15}\,\mathrm{m}$. Calculer le rapport $\dfrac{d_{\text{atome}}}{d_{\text{noyau}}}$.

Réponse : a) $1{,}99 \times 10^{-26}\ \mathrm{kg}$; b) $9{,}5 \times 10^{21}$ atomes ; c) $3{,}84 \times 10^{8}\ \mathrm{m}$; d) $9{,}45 \times 10^{15}\ \mathrm{m}$; e) 1×10^{5}